# La predicción en los mercados de derivados financieros. Una introducción al MEFF y los modelos ARCH (II/II)


***Carlos Maté***
Profesor Propio de la ETSI (ICAI) de la Universidad Pontificia Comillas de Madrid, adscrito al Departamento de Organización Industrial y al Instituto de Investigación Tecnológica. Doctor en Ciencias Matemáticas y Diplomado en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad Complutense. Ha escrito varios libros sobre Estadística y es ponente habitual del Congreso Mundial sobre Predicción.

***Alejandro Oliva***
Titulado Superior en Ingeniería Química por la Universidad de Salamanca e Ingeniero en Organización Industrial por ICAI, en la Universidad Pontificia Comillas. Proyecto Fin de Carrera sobre predicción de la volatilidad en las opciones del IBEX-35 negociadas en el MEFF.


## Series temporales

La exigencia de emplear modelos más fiables y que generen predicciones más ajustadas, hace necesario un análisis cuidadoso de las características que presentan las series temporales financieras. Es habitual encontrar en ellas algunas propiedades que en otro tipo de actividad no tienen excesiva relevancia, pero que en este caso deben ser recogidas en los modelos econométricos planteados.

Al estudiar cualquier serie temporal resulta necesario analizar la **correlación**. Esta medida ha venido siendo utilizada en el análisis multivariante para indicar de manera cualitativa el grado de relación lineal que tienen las variables, sin necesidad de considerar sus respectivas unidades. La aplicación de este tipo de análisis en las series temporales permite comprobar la estructura que tiene una variable o magnitud concreta respecto a la información contenida sobre la misma en diferentes periodos del pasado. Es decir, si tiene sentido incluir en el modelo algún tipo de relación en función de las observaciones que se han obtenido en el pasado, para un nivel de significación determinado.

Figura 3. Gráfica de una función de autocorrelación

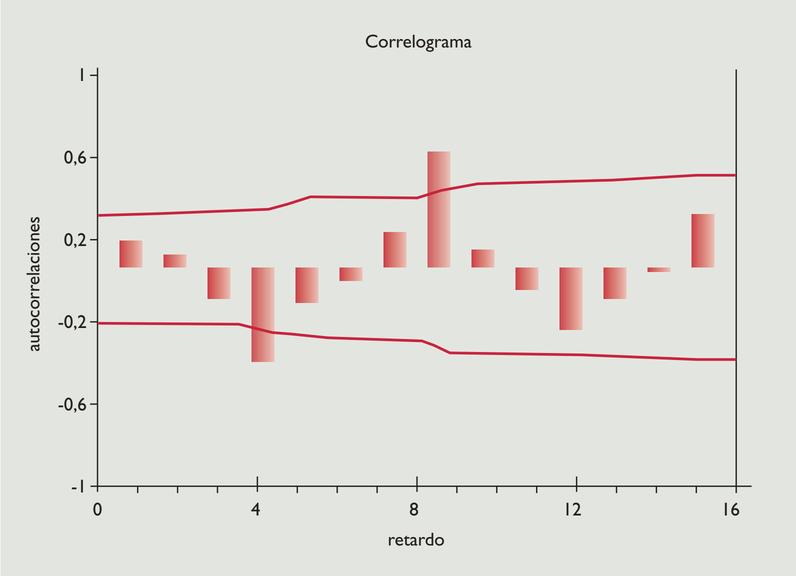
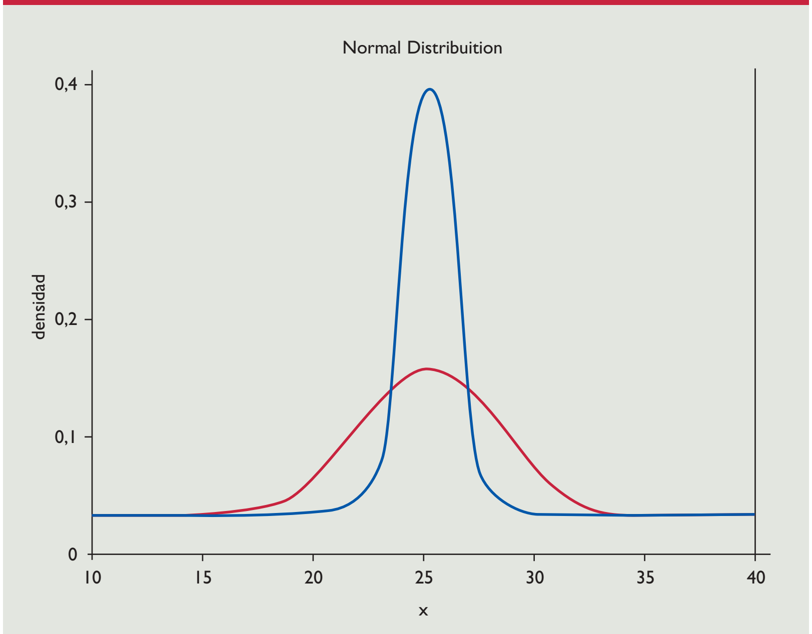



Figura 4. Comparación de la curva normal con una curva con efecto “hat tail”




A tal efecto se maneja la *función de autocorrelación*, que puede expresarse a través de una gráfica, denominada ***correlograma***, como la mostrada en la Figura 3. En ella se observa que si se pretende modelar el valor de la próxima observación, para un nivel de significación dado (correspondiente a la incertidumbre que estamos dispuestos a asumir), debe expresarse utilizando información del valor de la magnitud hace cuatro periodos (si aumentó entonces es posible que ahora disminuya) y del dato que presentó esa magnitud 8 periodos atrás (si entonces aumentó es factible que ahora también lo haga).

Otra característica que se descubre en numerosas series financieras, y que no siempre se recoge eficazmente en los modelos tradicionales, es el fenómeno de escaso apuntamiento o kurtosis **(fat tail)**. En este caso lo que se observa son desviaciones respecto a las leyes de probabilidad gaussianas, por un ensanchamiento de las colas en la distribución de las observaciones, como se muestra en la Figura 4 (la curva de trazo rojo tiene mayor peso en sus colas). Por ello, las probabilidades de encontrarnos con valores extremos son significativamente mayores.

Una última característica importante, que presentan las series de muchos activos financieros, es la aparición de distintos periodos en los que se concentran valores de gran intensidad (semanas con especial nerviosismo), o por el contrario observaciones pertenecientes a épocas de aparente tranquilidad. Este fenómeno se conoce técnicamente como un **clustering** (o agrupamiento) de observaciones. En la Figura 8 (ver más adelante) se muestra la gráfica de la serie de las opciones sobre el IBEX-35, transformada logarítmicamente. Las dos zonas con valores más extremos corresponden a Marzo-Abril del año 2000 (momento de aparición de resultados empresariales y efecto de la burbuja tecnológica) y al mes de Septiembre del año 2001 (atentados terroristas en EEUU).

Los **modelos heterocedásticos autoregresivos** que se van a exponer a continuación constituyen una alternativa especialmente eficaz para recoger estas desviaciones e incluirlas en un modelo que ofrezca resultados más precisos, frente a alternativas como los ARIMA o los modelos de regresión (para detalles sobre estos modelos consultar Makridakis *et al.* (1998)). Las diferentes propuestas permitirán capturar en una cierta estructura la información que está contenida en las observaciones de la serie temporal. Así, parece lógico pensar que para dimensionar el tráfico de personas en la estación de metro en Plaza de Castilla a las 8 de la mañana disponiendo de datos en días anteriores (serie temporal), nos deberíamos concentrar en lo que ha ocurrido allí en días anteriores y en si existe algún patrón de estacionalidad (por ejemplo, semanal). De esta manera, la predicción de lo que ocurrirá allí un domingo a esa hora llevará asociado un error más pequeño.

Partiendo de especificaciones más sencillas, con diferentes consideraciones y proponiendo distintos alisados, los modelos irán incorporando características de utilidad para algunos contextos especiales. Así, incluyen términos para dar importancia a los errores cometidos en predicciones de periodos anteriores.

Pero además, los modelos heterocedásticos son especialmente válidos para su aplicación en el modelado de la varianza de una serie temporal. Lo más habitual es tratar de ajustar un conjunto de observaciones (en este caso podrían ser las cotizaciones de una empresa) a un modelo que no considera la varianza como una característica variable en el tiempo. Independientemente del día de la semana que se pretende predecir, el error asociado a dicha estimación es constante.

La desviación estándar de la curva de distribución de los rendimientos para un activo cualquiera observado, expresada en tanto por ciento, es lo que se conoce por volatilidad. La **volatilidad** significa movimiento y refleja, por tanto, la amplitud de las variaciones del activo subyacente estudiado y la velocidad con que éstas se producen. Así, una acción que cotiza durante un mes a un promedio de 50 euros, tendrá una volatilidad del 20% si durante ese mes su precio ha oscilado entre 40 euros y 60 euros durante el 68% del tiempo. Sin embargo, la volatilidad de la cotización de las acciones no es directamente observable.

El hecho de modelar la varianza asociada a la estructura temporal de una serie financiera reduce significativamente la incertidumbre de las predicciones sobre el precio, y proporciona información muy precisa de las posibilidades reales de rentabilidad que tiene ese activo financiero. Con la aplicación de estos modelos, es posible obtener para un día concreto además del precio, el valor estimado de la volatilidad que tendrá el activo en cuestión, con lo que se sabrá el margen de rentabilidad y el riesgo asociado a la decisión de invertir en él.

## Modelos ARCH

Los modelos heterocedásticos surgieron hace relativamente poco tiempo, tras el estudio de Robert Engle sobre la inflación en el Reino Unido. Engle propuso un modelo con heterocedasticidad condicional autoregresiva (ARCH) para mejorar los resultados obtenidos, y en 1982 publicó un artículo que supuso el punto de partida para el desarrollo de toda esta metodología.

La especificación del modelo desarrollado por Engle se basa en que la varianza de la predicción para un periodo depende de la información del pasado y puede ser, por tanto, una variable aleatoria. Por ello propone la explicación de la varianza como una función lineal de los errores de predicción cometidos en periodos pasados elevados al cuadrado.

Formalmente se parte del modelo autoregresivo de primer orden que establece para la magnitud en estudio, $\mathbf{Y}$, en el periodo $\mathbf{t}$, notada por $\mathbf{Y_t}$, la siguiente relación

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde $\varepsilon_t$ es un ruido blanco con una varianza constante, $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$. La media condicional de $Y_t$, $E(Y_t/Y_{t-1})$, es $\gamma Y_{t-1}$, mientras que la media incondicional de $Y_t$ es 0. La varianza condicional de $Y_t$, $V(Y_t/Y_{t-1})$, es $\sigma^2$, mientras que la varianza incondicional de $Y_t$ es

$$\frac{\sigma^2}{1-\gamma^2}$$

(lo que implica que $0 \leq \gamma < 1$).

La aproximación de Engle considera que un modelo ARCH (q) para $Y_t$ (que en análisis de series temporales financieras suele ser habitualmente el logaritmo de la magnitud, previamente corregida por su media), supone que

$$Y_t = \varepsilon_t \, \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \, Y_{t-i}^2$$

con $V(\varepsilon_t) = 1$. Añadiendo la hipótesis de normalidad y designando por $\psi_t$ el conjunto de información disponible en $\mathbf{t}$, entonces

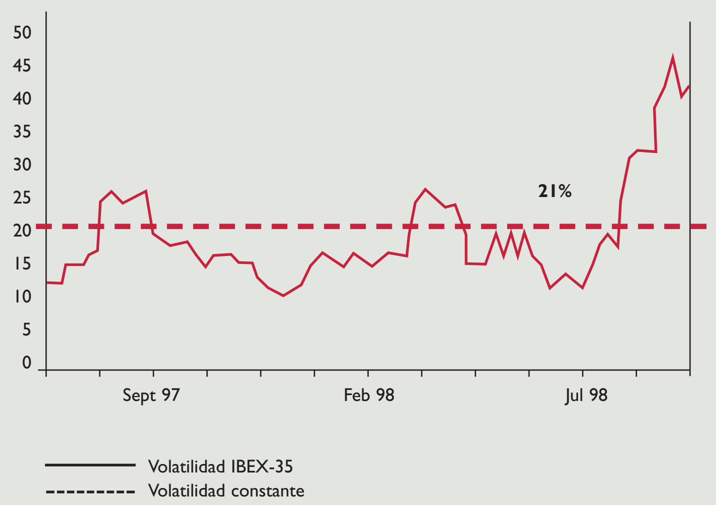
$$Y_t/\Psi_{t-1} \approx N(0, \alpha_t^2)$$

Así, considera que la varianza de la variable a analizar es no constante en el tiempo (heterocedástica) y propone la siguiente ecuación para su modelado, en la que se muestran 2 componentes: un término constante y la volatilidad de los últimos periodos (dependiente del parámetro q) que se modela como el residuo del último periodo al cuadrado. Esto significa que bajo el paradigma ARCH grandes shocks "tienden" a ser seguidos por otro gran shock, lo que sucede habitualmente

**Tabla 4. Cuadro Resumen de algunos modelos ARCH**

| Año | Modelo | Autores | Especificación de la varianza | Contribución Principal |
|---|---|---|---|---|
| 1982 | ARCH (q) | Engle | $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ | Primer desarrollo (término error) |
| 1986 | GARCH (p, q) | Bollerslev | $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2$ | Observaciones pasadas (término error y varianza) |
| 1989 | IGARCH (1,1) | Engle and Bollerslev | $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + (1-\beta_1) Y_{t-1}^2$ | Persistencia en la varianza condicional. Modelo clave en la métrica del riesgo |
| 1991 | EGARCH (1,1) | Nelson | $\ln(\sigma_t^2) = (1-\alpha_1)\alpha_0 + \alpha_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + g(\varepsilon_{t-i})$ | Para procesos no normales. Carácter asimétrico. Recoge el efecto apalancamiento |
| 1993 | GJR-GARCH | Glosten *et. al* | $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_{t-i}^2 + \alpha_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2$ | Diferenciación del parámetro en subida y en bajada. Mayor robusted a datos extremos. |

**Figura 5. Comparación de la serie real de volatilidades con una volatilidad constante**




en los mercados financieros y especialmente en los de derivados.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

La estimación de los coeficientes se realiza normalmente por máxima verosimilitud, pero resulta que usualmente es necesario contemplar un número elevado de periodos: modelos ARCH (q) con órdenes altos. Por ello, tienen que calcularse muchos parámetros e incluso algunas de las restricciones impuestas en el modelo dejan de cumplirse.

Así, surgieron otros modelos heterocedásticos, que incluían información muy adecuada para lograr especificaciones de gran parsimonia, y que capturaban más eficientemente la estructura temporal de muchas series financieras. Se propusieron entonces:

- Los modelos GARCH (Generalized ARCH) que incluyen un término con las observaciones de la varianza en periodos anteriores, en lo que subyace algún tipo de mecanismo de aprendizaje adaptativo. El lector puede observar que su expresión sugiere una cierta analogía con un esquema ARIMA, pero no sobre la variable en cuestión como es lo habitual en esos modelos sino sobre la varianza de la magnitud en estudio.
- Los modelos EGARCH (Exponential GARCH), que diferencian el signo de la variación en las observaciones, resultan muy adecuados para recoger el apalancamiento (término empleado para denominar a la respuesta asimétrica que presenta la volatilidad: suele ser mayor en las bajadas de la serie que en las subidas), habitualmente observado en los mercados financieros.

En la Tabla IV se resumen las principales aportaciones realizadas hasta el momento con las especificaciones de la familia ARCH.

Todos estos modelos encuentran una gran aplicación en las series financieras porque recogen muy bien las características comentadas en el punto anterior, así como otras propiedades igualmente importantes para la eficacia del estudio. Incluyendo en los análisis de series financieras un modelo para recoger la variabilidad de la varianza de la serie, se eliminan importantes fuentes de error en las predicciones. Esto tiene una vital importancia en el caso que nos ocupa en el siguiente punto, aunque ya ha sido puesto en evidencia en otros estudios. Si se considera una volatilidad constante para el activo financiero de la figura 5 (la línea discontinua del 21%), los errores cometidos en algunos periodos de la serie son considerablemente importantes. La línea de volatilidad constante, con un valor del 21%, nos llevaría en otoño de ese mismo año a incurrir en un error excesivo: el IBEX-35 tuvo en esos meses un periodo de importantes oscilaciones con volatilidades de más del 40%.

Otra posibilidad para considerar la volatilidad de una serie financiera no constante en el tiempo pueden ser los modelos de **volatilidad estocástica**. Similares a los modelos EGARCH suponen una mayor flexibilidad al describir la evolución de la varianza a cambio de incrementar la dificultad en la estimación de los parámetros (para detalles sobre estos modelos consultar Tsay (2002)).

## Caso Práctico

El estudio propuesto contempla un análisis detallado de la estructura temporal en las opciones del IBEX-35. Estos contratos de derivados negociados en el MEFF tienen una elevada importancia por el hecho de estar referidos a un índice que recoge la actividad de las 35 empresas más importantes que cotizan en la Bolsa española. El índice no puede negociarse en sí mismo (no se pueden comprar o vender acciones del IBEX), aunque sí pueden realizarse inversiones sobre su evolución a través de los contratos de derivados. Como el IBEX-35 es el activo subyacente de los contratos de opciones objeto del artículo, conseguir modelar la evolución de estos productos financieros nos proporcionaría una fuente muy importante de información sobre las perspectivas que tienen los inversores respecto a la actividad económica del país. Es decir, las expectativas de inversión que recogen estos contratos de derivados a través de su cotización, se derivan de las perspectivas que proporciona el IBEX-35 y que refleja en cierta medida la actividad económica del país.

En los mercados de opciones volatilidad significa la varianza condicional del rendimiento del activo subyacente. Además de lo comentado hasta ahora, una propuesta eficaz de modelado sobre la volatilidad de estos productos elimina muchísima incertidumbre sobre las primas que deben pagarse para cerrar los contratos. Como se ha referido ya anteriormente, la prima que tienen los derivados y que en ningún caso alcanza el principal necesario para hacerse con el activo subyacente, sigue el método de valoración de Black & Scholes (1973).

Este método plantea que el precio teórico de la opción CALL ($C_t$) un día t, en euros, depende del precio del activo subyacente ($S_t$) en t, en euros; del precio de ejercicio de la opción de compra (K), en euros; del tiempo restante hasta el vencimiento o periodo de vigencia de la opción de compra (T); así como de la desviación estándar del precio del subyacente en t (volatilidad, $\sigma$), según la siguiente ecuación:

$$C_t = S_t \phi(x) - \frac{K}{r^t} \phi(x - \sigma_t \sqrt{T}$$

siendo

$$x = \frac{\ln (S_t / K r^{-T})}{\sigma_t \sqrt{T}} + \frac{\sigma_t \sqrt{T}}{2}$$

donde

$r \equiv 1$ + tasa de interés sin riesgo entre t = 0 y T. Es decir, r es la cantidad de euros que obtendremos en T invirtiendo 1 euro hoy en deuda sin riesgo.

$\phi(x)$ es el valor de la función de distribución de una ley normal estándar en x. Es decir, la probabilidad acumulada en una distribución normal de media 0 y desviación típica 1 en el valor x.

**Ejemplo:**

Cálculo del valor de una opción de compra call con 3 meses de vigencia (la opción se podrá ejercer cualquier día hasta dentro de 3 meses) con precio de ejercicio de 90€. El precio de la acción hoy es 80 €; la volatilidad anual esperada es del 20 % (0,2), y el tipo de interés sin riesgo a 3 meses es del 8%. La acción no pagará dividendos durante los próximos 3 meses.

Se puede observar que, St = 80, K = 90; T = 0,25; t = 0, $\sigma$ = 0,2 y r = 1,08. Por tanto, resulta que x= -0,9354 y $C_t$= 0,72 €.

El modelo Black-Scholes, muy asimilado por los mercados de derivados mundiales, sostiene en una de sus suposiciones bastante controversia: este método supone un proceso de precios con varianza constante. Esta simplificación no es muy adecuada según qué contextos.

Así pues, se trataría de buscar un modelo econométrico para la volatilidad de las opciones del IBEX-35 bajo consideraciones heterocedásticas (varianza no constante en el tiempo), de manera que pudiera capturarse la información contenida en la serie y realizar predicciones más ajustadas sobre la variable. Mediante estas predicciones, los operadores y analistas financieros tendrían un soporte

Figura 6. Región líquida del mercado de opciones del IBEX-35

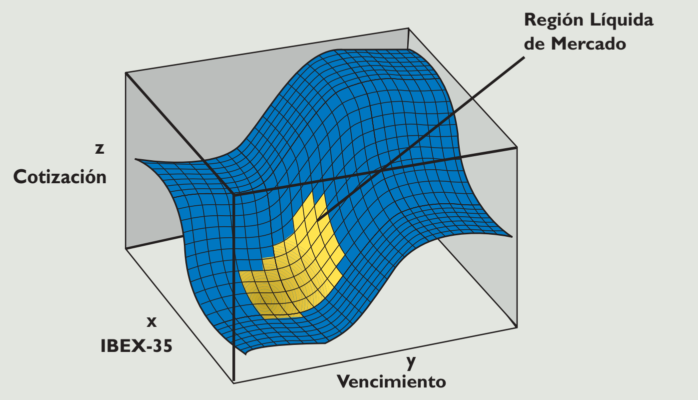
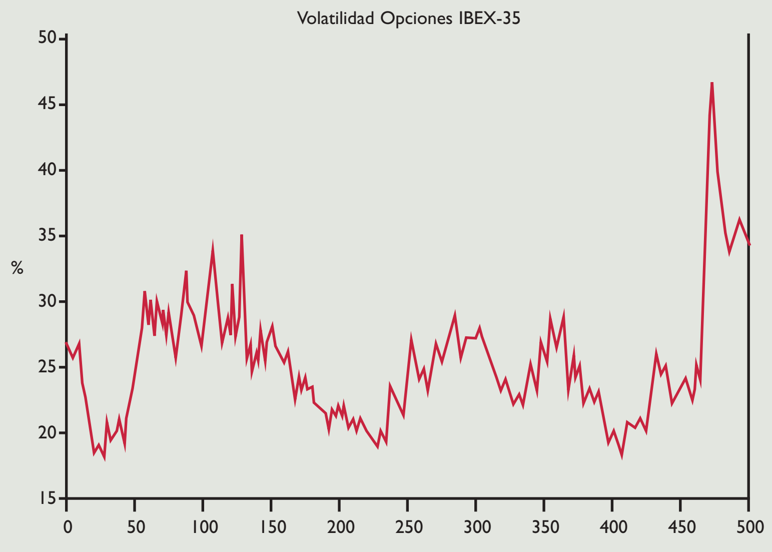



Figura 7. Serie temporal de la volatilidad

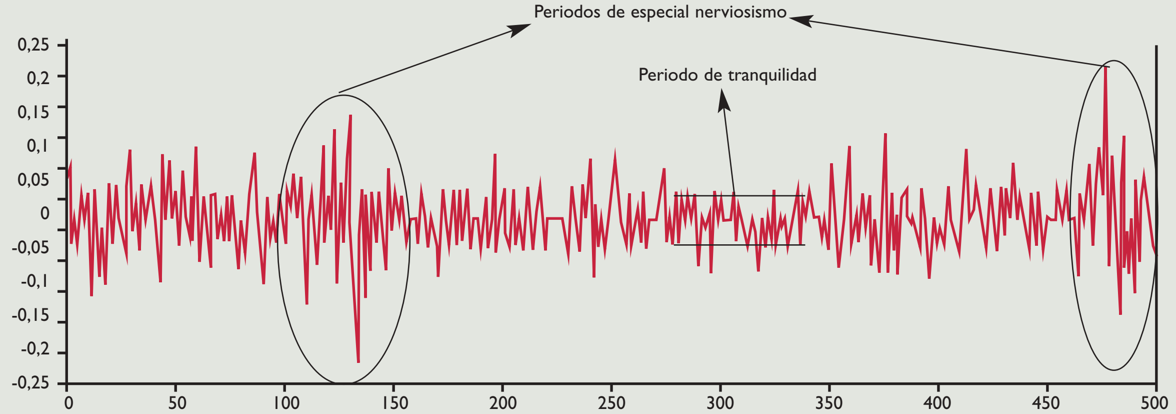



inestimable para la toma de sus decisiones. Además se ha intentado plantear algunas soluciones para la mejora en las medidas del ajuste y de los errores calculados: EPM (error medio porcentual), EPAM (error absoluto medio porcentual), etc.; o el estadístico U-Theil (estas medidas se pueden consultar en Makridakis et al. (1998)). Los primeros relacionan el valor de la predicción con la observación que se obtiene posteriormente de manera porcentual, o en valor absoluto para no considerar el signo de la desviación. El estadístico U-Theil constituye una medida para comprobar la mejora que se obtiene con nuestro modelo respecto a un método de predicción muy simple, el denominado método ingenuo: pronosticar un valor para la próxima observación igual al obtenido en el último periodo.

Además, indirectamente se proporcionarán pruebas de cómo la hipótesis realizada para el desarrollo del modelo de Black-Scholes no es del todo adecuada y puede conllevar errores muy grandes en determinadas épocas del año. Por último, se comparará la robustez que se obtiene con diversas especificaciones heterocedásticas para un contexto de elevada volatilidad, como es el período desde finales del año 1999: a partir de esta fecha, la ruptura de la llamada "burbuja tecnológica" ha introducido los mercados de renta variable en un proceso descendente que se intensificó en el pasado con el dramático atentado de las Torres Gemelas.

En consecuencia, este estudio supone un ensayo de cómo los modelos econo-

Figura 8. Figura transformada logarítmicamente



métricos surgidos a partir del nuevo paradigma que se tiene actualmente en el contexto financiero, pueden dar respuesta a las necesidades de los profesionales del sector.

La serie temporal se ha obtenido a partir de los datos proporcionados por el MEFF RV y se ha centrado en las opciones de las que mayor volumen de negociación se tiene: opciones *at the money*. Pero este mercado de opciones *at the money* es variable. La cotización de las opciones del IBEX-35 se basa principalmente en 2 variables: el precio del índice subyacente (su cotización) y el plazo de vencimiento del contrato. Para la realización de predicciones ajustadas es necesario quedarse con la región más líquida y madura del mercado. Por ello resulta necesario filtrar de todas las alternativas de inversión en opciones, aquellas que se sitúan dentro de la región de mayor negociación. Es en esta zona donde la mayor parte de los inversores cierran los contratos de opciones. La Figura 6 muestra dicha zona. Así, una vez filtrado los contratos de derivados que se consideran en el estudio y obtenida la variable de interés mediante cálculos directos, se dispone de la serie para el periodo considerado: 2 años desde Octubre de 1999, la cual se muestra en la Figura 7.

A continuación, una vez justificada la necesidad del modelo, se hace necesario comprobar la conveniencia de aplicar la metodología planteada con los modelos ARCH. Para ello se ha comprobado el alejamiento de la forma normal de una distribución de Gauss (mayor número de observaciones en las colas, efecto Fat Tail), así como la agrupación que se observa en diferentes momentos del año: veranos en calma y semanas con resultados empresariales. Mediante los gráficos y contrastes de hipótesis adecuados (Ljung-Box PierceQ Test, Engle´s Arch Test), se comprueba la necesidad de incluir en el modelo información de observaciones pasadas, así como la imposibilidad de aplicar los modelos ARIMA al proceso de la varianza (a través del test de autocorrelación parcial de segundo orden).

En el cuadro siguiente (Cuadro V) se resumen los diferentes modelos heterocedásticos aplicados al problema: ARCH, GARCH, EGARCH, GJR, IGARCH y TGARCH. Todos ellos llevan asociados distinto número de parámetros, por lo que para una mejor adecuación deben introducirse criterios de parsimonia. A tal efecto se han considerado los criterios habituales para elección entre varios modelos -AIC (Criterio de información de Akaike) y BIC (Criterio de Información Bayesiano)- y el contraste de Razón de Verosimilitudes (LRT). Este último permitió decidir más claramente el modelo heterocedástico y la especificación adecuada (valor de cada uno de los parámetros). Para detalles sobre estos criterios véase Makridakis et al. (1998).

Los resultados obtenidos con los diferentes modelos demuestran cómo la especificación GARCH (1,1) es la que mejor recoge la variabilidad de las opciones CALL del IBEX-35 en ese periodo. Este resultado no sorprende, si bien las diferencias no son significativas en este punto.

Con un análisis más detallado de cada una de las posibilidades planteadas, modificando las especificaciones de los parámetros en cada uno de los modelos y realizando

**Cuadro V. Selección de modelos**

| LLF | Modelo | Nª Parám. | OBS | AIC | BIC |
|---|---|---|---|---|---|
| 1366,75 | Arma (2,2) Arch (1) | 7 | 518 | -2.719,5 | -2.689,8 |
| 1387,59 | Garch (2,2) (1,1) | 8 | 518 | -2.759,2 | -2.725,2 |
| 1382,62 | Garch (1,1) (1,1) | 6 | 518 | -2.753,2 | -2.727,7 |
| 1378,59 | Garch (1,1) (2,2) | 8 | 518 | -2.742,0 | -2.708,0 |
| 1382,62 | GJR (1,1) (1,1) | 7 | 518 | -2.751,2 | -2.721,5 |
| 1388,64 | GJR (2,2) (1,1) | 9 | 518 | -2.759,9 | -2.721,6 |
| 1381,89 | GJR (2,2) (2,2) | 12 | 518 | -2.739,8 | -2.688,8 |
| 1388,81 | GJR (2,2) (2,1) | 11 | 518 | -2.755,6 | -2.708,9 |
| 1379,14 | GJR (2,2) (1,2) | 10 | 518 | -2.738,3 | -2.695,8 |
| -334,11 | Egarch (2,2) (1,1) | 9 | 518 | 686,2 | 724,5 |
| 26,81 | Egarch (1,1) (1,1) | 7 | 518 | -39,6 | -9,9 |
| 77,11 | Egarch (1,1) (2,2) | 9 | 518 | -136,2 | -98,0 |
| -331,39 | Egarch (1,1) (1,2) | 8 | 518 | 678,8 | 712,8 |
| 1376,16 | Igarch (1,1) (1) | 5 | 518 | -2.742,3 | -2.721,1 |
| 1372,96 | Igarch (2,2) (1) | 7 | 518 | -2.731,9 | -2.702,2 |
| 1388,39 | Tgarch (2,2) (1,1) | 9 | 518 | -2.758,8 | -2.720,5 |

**Cuadro VI. Predicción con el modelo GARCH (1,1)**

**ARMA (2,2) GARCH (1,1)**

| pred | abs | EPM | EPAM | EM | EAM | ECM |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 36,4 | 37,49 | 2,9074 | 2,9074 | 1,09 | 1,09 | 1,1881 |
| 36,9 | 36,48 | -1,1513 | 1513 | -0,42 | 0,42 | 0,1764 |
| 36,52 | 37,51 | 2,6393 | 2,6393 | 0,99 | 0,99 | 0,9801 |
| 36,7 | 36,44 | -0,7135 | 0,7135 | -0,26 | 0,26 | 0,0676 |
| 36,47 | 34,49 | -5,7408 | 5,7408 | -1,98 | 1,98 | 3,9204 |
| | | **-0,41177474** | **2,63047001** | **-0,116** | **0,948** | **1,26652** |
| 32,58 | **31,53** | +3,3302 | 3,3302 | -1,05 | 1,05 | 1,1025 |
| 32,65 | **32,53** | -0,3689 | 0,3689 | -0,12 | 0,12 | 0,0144 |
| 32,4 | **31,46** | -2,9879 | 2,9879 | -0,94 | 0,94 | 0,8836 |
| 32,55 | **32,51** | -0,1230 | 0,1230 | -0,04 | 0,04 | 0,0016 |
| | | **-1,70250306** | **1,70250306** | **-0,5375** | **0,5375** | **0,5005225** |

predicciones, se certifica que todos ellos efectúan estimaciones por encima de los valores que se dan en el mercado: "sobreestiman". En el cuadro siguiente (Cuadro VI) se presentan los resultados de la predicción para 2 semanas cualesquiera (Nov/02 y Dic/02), según la especificación del modelo GARCH que minimiza los errores. Aplicando el criterio de la bondad del ajuste, las diferencias entre modelos y sus respectivas especificaciones, se hacen más significativas. Estos errores dependiendo del modelo pueden hacerse elevados, y resultar críticos con plazos de estimación más cortos. Los valores finales del MAPE que se obtienen están alrededor o por debajo del 2%, para las predicciones realizadas con los 5 días de negociación de una semana.

Bajo las extraordinarias circunstancias que se dieron el año pasado, los matices que pueden introducirse en el análisis aplicando diferentes modelos (y las ventajas propias de cada familia), no generan ningún valor: todos se comportan igual. Ninguno ha sabido predecir el hecho puntual de las Torres Gemelas, y todos ellos reaccionan de la misma manera: ninguno puede asimilar en el corto plazo los errores que se derivan de ese hecho. Por todo ello, el modelo más robusto de todos, el GARCH (1,1), es el que mejor responde a la serie propuesta. Con él la volatilidad de un periodo se relaciona linealmente con la volatilidad en el periodo anterior ($p = 1$) y con el error que se comete en la predicción de dicha volatilidad en el periodo previo ($q = 1$). De hecho, ya fue este modelo considerado por los autores antes señalados (Engle y Bollerslev) como el modelo más robusto de toda la familia presentada en la tabla IV.

Para comparar estas conclusiones con lo que ocurre con el índice subyacente, el IBEX-35, se ha repetido el análisis a los precios históricos de este índice durante el mismo periodo que en las opciones. La serie temporal del IBEX-35 considerando su proceso de precios heterocedástico, se recoge más adecuadamente mediante un modelo GARCH (1,1), siguiendo el análisis realizado anteriormente: AIC, BIC, LRT y los estadísticos de error para las predicciones.

Por último, es importante señalar que una posible mejora mediante combinación de los resultados obtenidos según los diferentes modelos y especificaciones, no ha proporcionado mejores predicciones en una solución final. Siguiendo la metodología propuesta en Armstrong (2001), se ha podido verificar que en el contexto estudiado no hay efecto de compensación por aplicación de diferentes conceptos en el modelado.

## Conclusiones

En los mercados de derivados la predicción es inherente al propio funcionamiento del mercado. En el siglo XXI se maneja ingente información en dichos mercados que debe ser aprovechada para mejorar las predicciones de magnitudes clave en los mismos como es la volatilidad. A tal efecto, la familia de modelos ARCH ha supuesto un importante avance en las dos últimas décadas, aunque siguen apareciendo nuevos miembros que, bajo determinadas circunstancias, mejoran la exactitud de las predicciones. No obstante, el modelo GARCH (1,1) sigue siendo el modelo de referencia de esa familia para series financieras. Todo ello se ha podido ratificar al considerar el caso estudio de un producto específico y clave del mercado de derivados español: las opciones sobre el IBEX-35. ▮

### Bibliografía


Armstrong, J.S (2001). "Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practicioners". Serie in Operations Research & Management Science. Kluwer Academic Publ.

Black, F. and M. Scholes (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy , 81, 637-659.

Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, 31, 307-327.

Bollerslev, T., Chou, R.Y. and Kroner, K. F. (1992). "ARCH modeling in finance", Journal of Econometrics, 52, 5-59.

Engle, R.F. (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation," Econometrica, 50, 987-1006.

Hull, J. C. (2000). Options, Futures, and Other Derivatives, 4th Edition. Prentice-Hall.

Makridakis, S.; Wheelwright, S. C. and Hyndman, R. (1998). Forecasting: Methods and Applications. Third Edition. John Wiley & Sons. New York.

Natenberg, S. (1994). Option Volatility and Pricing Strategies, McGraw-Hill.

Nelson, R.F. (1991). "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," Econometrica, 50, 347-370.

Tsay, R. S. (2002). Analysis of Financial Time Series. John Wiley & Sons. New York.

http://www.meff.org/. Web del MEFF.

http://www.cboe.com/LearnCenter/cboeeducation/CourseList.html. Web del Institute for Options (Chicago)

http://www.ace.uiuc.edu/ofor/WebResources.htm. Web de "Office for Futures and Options Research" en la Universidad de Illinois en Urbana Champaign.